

ANALISIS KOMPLEKSITAS ALGORITMA

Izzatul Ummah
Rimba Whidiana Ciptasari
Ema Rachmawati
Selly Meliana
Fitriyani
Gia Septiana Wulandari

ANALISIS KOMPLEKSITAS ALGORITMA

**Izzatul Ummah
Rimba Whidiana Ciptasari
Ema Rachmawati
Selly Meliana
Fitriyani
Gia Septiana Wulandari**



PENERBIT KBM INDONESIA adalah penerbit dengan misi memudahkan proses penerbitan buku-buku penulis di tanah air Indonesia, serta menjadi media *sharing* proses penerbitan buku.

ANALISIS KOMPLEKSITAS ALGORITMA

Copyright @ 2025 By Izzatul Ummah dkk

All right reserved

Penulis

Izzatul Ummah
Rimba Whidiana Ciptasari
Ema Rachmawati
Selly Meliana
Fitriyani
Gia Septiana Wulandari

Desain Sampul

Aswan Kreatif

Tata Letak

Husnud Diniyah

Editor

Dr. Muhamad Husein Maruapey, Drs., M.Sc.

Background isi buku di ambil dari <https://www.freepik.com/>

Official

Depok, Sleman-Jogjakarta (Kantor)

Penerbit KBM Indonesia

Anggota IKAPI/No. IKAPI 279/JTI/2021

081357517526 (Tlpn/WA)

Website

<https://penerbitkbm.com>

www.penerbitbukumurah.com

Email

naskah@penerbitkbm.com

Distributor

<https://penerbitkbm.com/toko-buku/>

Youtube

Penerbit KBM Sastrabook

Instagram

@penerbit.kbmindonesia

@penerbitbukujogja

ISBN: 978-634-202-574-1

Cetakan ke-1, Juli 2025

15,5 x 23 cm, xiv + 190 halaman

Isi buku diluar tanggungjawab penerbit
Hak cipta merek KBM Indonesia sudah terdaftar di DJKI-Kemenkumham
dan isi buku dilindungi undang-undang.

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau
memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini
tanpa seizin penerbit karena beresiko sengketa hukum

Sanksi Pelanggaran Pasal 113
Undang-Undang No. 28 Tahun 2014 Tentang Hak Cipta

- i. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 100.000.000 (seratus juta rupiah).
- ii. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).
- iii. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf a, huruf b, huruf e, dan/atau huruf g untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 4 (empat) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 1.000.000.000,00 (satu miliar rupiah).
- iv. Setiap Orang yang memenuhi unsur sebagaimana dimaksud pada ayat (3) yang dilakukan dalam bentuk pembajakan, dipidana dengan pidana penjara paling lama 10 (sepuluh) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp 4.000.000.000,00 (empat miliar rupiah).

KATA PENGANTAR

Bismillahirrahmanirrahim,

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, yang telah memberikan kekuatan, ketekunan dan kesabaran sehingga buku yang sudah lama dipersiapkan ini akhirnya dapat diselesaikan.

Sumber bacaan pokok dari penulisan ini adalah buku *Introduction to Algorithms* (3rd edition) yang ditulis oleh Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, dan Clifford Stein pada tahun 2009. Sebagai pelengkap juga diambil referensi dari buku-buku lain, di antaranya *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms* yang ditulis oleh Anany Levitin pada tahun 2012, serta *Foundations of Algorithms* yang ditulis oleh Richard E. Neapolitan, serta beberapa diktat kuliah.

Buku ini dipersiapkan terutama untuk mahasiswa Fakultas Informatika yang sedang mempelajari Kompleksitas Algoritma, karena sepanjang pengalaman penulis mengajar mata kuliah Analisis Kompleksitas Algoritma, banyak mahasiswa yang mengeluhkan kurangnya bacaan dalam bahasa Indonesia.

Buku ini terdiri dari lima bab. Bab 1 berisi pengantar kompleksitas algoritma, Bab 2 membahas *order of growth* dan notasi asimtotik, Bab 3 membahas analisis kompleksitas untuk algoritma iteratif, Bab 4 membahas analisis kompleksitas untuk algoritma rekursif, dan Bab 5 merupakan pengayaan materi pembuktian kebenaran algoritma menggunakan induksi.

Penulis mengucapkan terimakasih kepada berbagai pihak yang telah membantu sehingga buku ini dapat diterbitkan. Penulis juga merasa bahwa buku ini jauh dari sempurna, oleh karena itu segala masukan baik berupa saran maupun kritik yang membangun sangat diharapkan.

Akhir kata, semoga buku ini dapat bermanfaat bagi siapa saja yang ingin belajar dan mendalami Kompleksitas Algoritma.

Bandung, 2025

Penulis

DAFTAR ISI

BAB 1. PENGANTAR KOMPLEKSITAS WAKTU	1
1.1. <i>Sequential Random Access Machine (RAM) sebagai Model Komputasi..</i>	1
1.2. <i>Kerangka Berpikir Analisis Algoritma.....</i>	3
1.2.1. Terminologi Dasar.....	3
1.2.2. Urgensi Efisiensi Algoritma	8
1.3. <i>Latihan Soal</i>	14
BAB 2. NOTASI ASIMTOTIK.....	19
2.1. <i>Order of Growth Secara Intuisi</i>	19
2.2. <i>Notasi Asimtotik $O(n)$, $\Omega(n)$, $\Theta(n)$</i>	21
2.2.1. Notasi Asimtotik $O(n)$	22
2.2.2. Notasi Asimtotik $\Omega(n)$	31
2.2.3. Notasi Asimtotik $\Theta(n)$	33
2.2.4. Notasi Asimtotik $o(n)$	35
2.2.5. Notasi Asimtotik $\omega(n)$	35
2.3. <i>Sifat Notasi Asimtotik</i>	36
2.4. <i>Latihan Soal</i>	37
BAB 3. ANALISIS MATEMATIS PADA ALGORITMA ITERATIF	39
3.1. <i>Pentingnya Analisis Matematis pada Algoritma Iteratif.....</i>	39
3.2. <i>Tahapan Umum Analisis Matematis pada Algoritma Iteratif.....</i>	40
3.3. <i>Iterasi Berdasarkan Struktur Perulangan.....</i>	43
3.3.1. Iterasi Linear (Sederhana) atau Loop Tunggal.....	43
3.3.2. Iterasi Bersarang (Nested Loop)	46
3.3.3. Iterasi dengan Perkembangan Logaritmik.....	46
3.3.4. Iterasi Bertingkat Triangular	47
3.4. <i>Analisis Matematika pada Algoritma Iteratif: Berbagai Algoritma Dasar.....</i>	48
3.4.1. Algoritma Pencarian Nilai Maksimum	48
3.4.2. Algoritma Pencarian Elemen Unik.....	50
3.4.3. Algoritma Perkalian Matriks	53
3.4.4. Algoritma Menghitung Jumlah Digit Bilangan Biner.....	56
3.4.5. Algoritma Bilangan Fibonacci.....	57
3.5. <i>Contoh Soal dan Pembahasan.....</i>	60

3.6. Latihan Soal	77
BAB 4. ANALISIS MATEMATIS PADA ALGORITMA REKURSIF	81
4.1. Pengantar Fungsi Rekursif dan Algoritma Rekursif.....	81
4.2. Tahapan Umum Analisis Matematis pada Algoritma Rekursif.....	83
4.3. Metode Tracing/Substitusi	85
4.3.1. Metode Tracing/Substitusi untuk Algoritma Rekursif-Mengurangi	85
4.3.2. Metode Tracing/Substitusi untuk Algoritma Rekursif-Membagi	97
4.4. Metode Persamaan Karakteristik untuk Algoritma Rekursif-Mengurangi	103
4.4.1. Metode Persamaan Karakteristik untuk Persamaan Rekurens Linier Homogen.....	104
4.4.2. Metode Persamaan Karakteristik untuk Persamaan Rekurens Linier Non-Homogen	119
4.5. Metode Peubah Variabel untuk Algoritma Rekursif-Membagi.....	132
4.6. Metode Teorema Master untuk Algoritma Rekursif-Membagi.....	139
4.7. Latihan Soal	142
BAB 5. MATERI PENGAYAAN: PEMBUKTIAN KEBENARAN ALGORITMA DENGAN INDUKSI.....	145
5.1. Pengantar Induksi Matematika.....	145
5.2. Pembuktian Kebenaran Algoritma Iteratif dengan Induksi	150
5.2.1. Algoritma Penjumlahan Elemen Array (FOR).....	156
5.2.2. Algoritma Penjumlahan Elemen Array (WHILE-DO).....	159
5.2.3. Algoritma Bilangan Fibonacci	164
5.2.4. Contoh Algoritma Iteratif Lainnya	167
5.3. Pembuktian Kebenaran Algoritma Rekursif dengan Induksi.....	171
5.3.1. Algoritma Faktorial Rekursif.....	172
5.3.2. Algoritma Fibonacci Rekursif.....	173
5.3.3. Algoritma Rekursif untuk Pencarian Nilai Maksimum	174
5.3.4. Contoh Algoritma Rekursif Lainnya	175
5.4. Latihan Soal	180

DAFTAR TABEL

Tabel 2-1. Hasil analisis algoritma C.....	20
Tabel 2-2. Urutan derajat kelas kompleksitas dari paling rendah ke paling tinggi.....	28
Tabel 5-1. Tracing Variabel untuk Mengamati Fakta-Fakta Algoritma	153

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1-1. Model komputasi RAM sebagai abstraksi sebuah komputer modern	2
Gambar 1-2. Pengaruh efisiensi algoritma terhadap banyaknya eksekusi operasi dasar pada Insertion dan Merge Sort.....	10
Gambar 1-3. Pengaruh efisiensi algoritma dan spesifikasi komputer terhadap waktu eksekusi	12
Gambar 1-4. Pengaruh efisiensi algoritma Insertion Sort dan varian platform	13
Gambar 1-5. Pengaruh efisiensi algoritma Merge Sort dan varian platform	13
Gambar 2-1. Grafik notasi asimtotik big-O (Neapolitan, 2015).....	22
Gambar 2-2. Grafik kurva dari beberapa kelas kompleksitas (Neapolitan, 2015).....	29
Gambar 2-3. Grafik notasi asimtotik big-omega (Neapolitan, 2015)	31
Gambar 2-4. Grafik notasi asimtotik big-theta (Neapolitan, 2015) ...	33

DAFTAR PERSAMAAN

Persamaan 1-1	8
Persamaan 3-1	42
Persamaan 3-2	42
Persamaan 3-3	43
Persamaan 3-4	43
Persamaan 4-1	104
Persamaan 4-2	109
Persamaan 4-3	109
Persamaan 4-4	120
Persamaan 4-5	120
Persamaan 4-6	121
Persamaan 4-7	121
Persamaan 4-8	123
Persamaan 4-9	123

DAFTAR ALGORITMA

Algoritma 1-1. Prosedur SelectionSort.....	4
Algoritma 1-2. Prosedur InsertionSort	6
Algoritma 1-3. Prosedur KaliDiv	14
Algoritma 1-4. Fungsi UniqueElements (Levitin, 2012)	15
Algoritma 3-1. Fungsi factorial_iterative(n)	40
Algoritma 3-2. Contoh loop 1	43
Algoritma 3-3. Contoh loop 2	44
Algoritma 3-4. Contoh loop 3	44
Algoritma 3-5. Contoh loop 4	45
Algoritma 3-6. Contoh loop 5	46
Algoritma 3-7. Contoh loop 6	46
Algoritma 3-8. Contoh loop 7	47
Algoritma 3-9. Fungsi MaxElement	49
Algoritma 3-10. Fungsi Unique	50
Algoritma 3-11. Fungsi MatrixMultiplication	53
Algoritma 3-12. Fungsi CountBinary	56
Algoritma 3-13. Fungsi Fibonacci_iterative	58
Algoritma 4-1. Fungsi factorial_rec	82
Algoritma 4-2. Fungsi Fibonacci_rec	82
Algoritma 4-3. Fungsi MaxArray_rec	88
Algoritma 4-4. Prosedur dummy printHello-1	92
Algoritma 4-5. Prosedur Menara Hanoi	94
Algoritma 4-6. Prosedur dummy printHello-2	96
Algoritma 4-7. Fungsi CountBinary_rec	97
Algoritma 4-8. Prosedur dummy printHello-3	99
Algoritma 4-9. Prosedur dummy printHello-4	99
Algoritma 4-10. Prosedur dummy printHello-5	101
Algoritma 4-11. Prosedur dummy printHello-6	102
Algoritma 4-12. Prosedur dummy printHello-7	105
Algoritma 4-13. Prosedur dummy printHello-8	113
Algoritma 4-14. Prosedur dummy printHello-9	119
Algoritma 4-15. Prosedur dummy printHello-10	126
Algoritma 4-16. Prosedur dummy printHello-11	140
Algoritma 5-1. Fungsi SumArray (for)	156
Algoritma 5-2. Fungsi SumArray (while-do)	159
Algoritma 5-3. Fungsi Sesuatu-Iteratif	167
Algoritma 5-4. Fungsi Sesuatu-Rekursif	176

DAFTAR CONTOH SOAL

Contoh Soal 2-1.....	24
Contoh Soal 2-2.....	25
Contoh Soal 2-3.....	26
Contoh Soal 2-4.....	32
Contoh Soal 2-5.....	34
Contoh Soal 2-6.....	35
Contoh Soal 2-7.....	36
Contoh Soal 3-1.....	63
Contoh Soal 3-2.....	65
Contoh Soal 3-3.....	66
Contoh Soal 3-4.....	68
Contoh Soal 3-5.....	70
Contoh Soal 3-6.....	72
Contoh Soal 3-7.....	74
Contoh Soal 3-8.....	76
Contoh Soal 4-1.....	85
Contoh Soal 4-2.....	87
Contoh Soal 4-3.....	90
Contoh Soal 4-4.....	92
Contoh Soal 4-5.....	93
Contoh Soal 4-6.....	97
Contoh Soal 4-7.....	99
Contoh Soal 4-8.....	100
Contoh Soal 4-9.....	102
Contoh Soal 4-10.....	105
Contoh Soal 4-11.....	111
Contoh Soal 4-12.....	113
Contoh Soal 4-13.....	115
Contoh Soal 4-14.....	117
Contoh Soal 4-15.....	119
Contoh Soal 4-16.....	126
Contoh Soal 4-17.....	129
Contoh Soal 4-18.....	133
Contoh Soal 4-19.....	136
Contoh Soal 4-20.....	139
Contoh Soal 4-21.....	140
Contoh Soal 5-1.....	147

DAFTAR PUSTAKA

- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). *Introduction to Algorithms, Third Edition*.
- Levitin, A. (2012). *Introduction to The Design and Analysis of Algorithms* (3rd ed.). Pearson.
- Munir, R. (2006). *Diktat Kuliah IF2251 Strategi Algoritmik, Teknik Informatika ITB*.
- Neapolitan, R. E. . (2015). *Foundations of algorithms* (5th ed.). Jones & Bartlett Learning.
- Rosen, K. H. (2012). *Discrete mathematics and its applications* (7th ed.). WCB/McGraw-Hill.
- Tirtawangsa, J. (2022). Diktat Kuliah Analisis Algoritma. In *Program Pasca Sarjana Informatika, Universitas Telkom*.

PROFIL PENULIS



Izzatul Ummah mendapatkan gelar Sarjana Informatika dari Institut Teknologi Bandung pada tahun 2007 dan gelar magister Teknik Elektro bidang Teknologi Informasi dari Institut Teknologi Bandung pada tahun 2009. Mulai mengajar sejak tahun 2013 hingga saat ini di Fakultas Informatika, Universitas Telkom. Saat ini aktif mengajar Analisis Kompleksitas Algoritma, Strategi Algoritma, Kecerdasan Artifisial, dan Pembelajaran Mesin. Minat penelitiannya yaitu di bidang kecerdasan buatan, *machine learning*, dan *data science*. Izzatul adalah *corresponding author* dari buku teks Analisis Kompleksitas Algoritma yang diterbitkan oleh Penerbit KBM. Pertanyaan, kritik, dan saran dari pembaca terkait isi buku ini dapat dikirimkan ke alamat email Izzatul berikut ini: izzatulummah@telkomuniversity.ac.id & izzatul.ummah@gmail.com.



Rimba Whidiana Ciptasari mendapatkan gelar Sarjana Ilmu Komputer dari Universitas Padjadjaran, Bandung tahun 1998, gelar Magister Informatika dari Institut Teknologi Bandung pada 2005, dan gelar doktor dari Kyushu University, Japan pada tahun 2013. Sejak pertengahan 2004 hingga saat ini bergabung dengan Universitas Telkom. Saat

ini aktif mengajar pada program studi sarjana dan magister, yaitu mata kuliah Strategi Algoritma, Analisis Kompleksitas Algoritma, dan Forensik Multimedia. Rimba juga aktif melakukan penelitian bidang *multimedia authentication*, *forensics*, dan *analysis*.



Ema Rachmawati meraih gelar Sarjana Teknik Informatika dari Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2004, gelar Magister Informatika dari Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2008, dan gelar Doktor dari Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2018. Sejak tahun 2010 sampai dengan sekarang, Ema bergabung dengan Universitas Telkom sebagai dosen di Fakultas Informatika, aktif mengajar mata kuliah

Strategi Algoritma, Analisis Kompleksitas Algoritma, Machine Learning, dan Computer Vision. Ema juga aktif melakukan penelitian di bidang *machine learning* dan *computer vision*.



Selly Meliana mendapatkan gelar sarjana dari Fakultas Ilmu Komputer Universitas Indonesia, Jakarta, Indonesia pada tahun 2001 dan gelar magister dari Fakultas Informatika Universitas Telkom, Bandung, Indonesia pada tahun 2019. Selly mulai mengajar sejak tahun 2004 hingga 2019 di Fakultas Informatika Universitas PASIM sebelum bergabung dengan Universitas

Telkom pada awal tahun 2020. Saat ini aktif mengajar beberapa matakuliah, yaitu Algoritma dan Pemrograman, Analisis Kompleksitas Algoritma, Pengantar Kecerdasan Buatan, Strategi Algoritma, dan Struktur Data. Selly juga terlibat aktif melakukan pengabdian masyarakat dan penelitian dengan topik Intelligent Tutoring System, Machine Learning, Computational Thinking, dan penelitian-penelitian yang berhubungan dengan Teknologi Pengajaran/Pendidikan. Scopus ID: 57206899266, Researcher ID: AAD-6181-2021, Publon ID: 4215581, Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6342-524X>.



Fitriyani meraih gelar Sarjana Matematika dari Institut Teknologi Bandung (ITB) pada tahun 2007, kemudian memperoleh gelar Magister dan gelar Doktor dari STEI ITB berturut – turut pada tahun 2009 dan 2023. Sejak tahun 2010 sampai dengan sekarang, Fitriyani bergabung dengan Universitas Telkom sebagai dosen di Fakultas Informatika, aktif mengajar mata kuliah

Matematika Diskrit, Analisis Kompleksitas Algoritma, Analisis Jejaring Sosial, serta Big Data & AI. Fitri juga aktif melakukan penelitian di bidang graph data sains, khususnya *graph analytic* dan *graph machine learning*.



Gia Septiana Wulandari mendapatkan gelar Sarjana dari Program Studi Matematika Institut Teknologi Bandung pada tahun 2009. Setelah itu, Gia melanjutkan studi magister Sains Komputasi dengan mengambil program gelar ganda, kerja sama antara Institut Teknologi Bandung dan Kanazawa University, sebelum mulai menjadi dosen tetap di Fakultas Informatika Universitas Telkom pada tahun

2013. Saat ini, Gia aktif mengajar di Universitas Telkom setelah menyelesaikan studi S3 di University of York dengan topik disertasi verifikasi formal pemrograman graf. Selain meneruskan penelitian dari disertasinya dan pengembangannya terutama di bidang sistem rekomendasi, Gia pun sedang aktif mengajar mata kuliah Analisis Kompleksitas Algoritma, Strategi Algoritma, Teori Bahasa dan Automata, Ilmu Jejaring, serta Representasi Pengetahuan. Scopus ID: 56412038200, Researcher ID: AAB-8144-2021, Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6155-8601>.